

## Problème 181 – La bulle du Malabar

Niveau : Troisième

Chapitres : Transformations géométriques (Homothéties), Volumes, Algorithmique (Scratch)

Inédit, publié le 23/12/2020



Ce chewing-gum-là aura fait le tour de très nombreuses bouches ! Le Malabar, créé en 1958 en France, a marqué des générations entières d'enfants (et de plus grands enfants...) avec son goût et sa couleur uniques et ses tatouages. Qui n'aura pas essayé au moins une fois de faire une bulle avec son Malabar, ou de la gonfler au point de la faire éclater sur son propre visage ? C'est tout l'objet de ce problème.

Alaric est un collégien qui justement décide de faire une grosse bulle avec son Malabar. Pour simplifier, on considère que la bulle d'Alaric est une grosse sphère collée à sa bouche : cette dernière est désignée par un point A. Au départ, Alaric fait une petite bulle qu'on nommera  $B_1$  : on admet que  $O_1$ , le centre de la bulle, est situé devant (horizontalement) la bouche d'Alaric, à 0,8 cm, et que A est un point de la bulle : on a donc  $OA = 0,8$  cm, qui est le rayon de  $B_1$ . La figure en **Annexe 1** représente la situation, vue de profil (la figure n'est pas à l'échelle réelle). Quand Alaric va faire varier la taille de sa bulle, on va considérer qu'il applique à sa bulle des homothéties de centre A, avec des rapports différents.

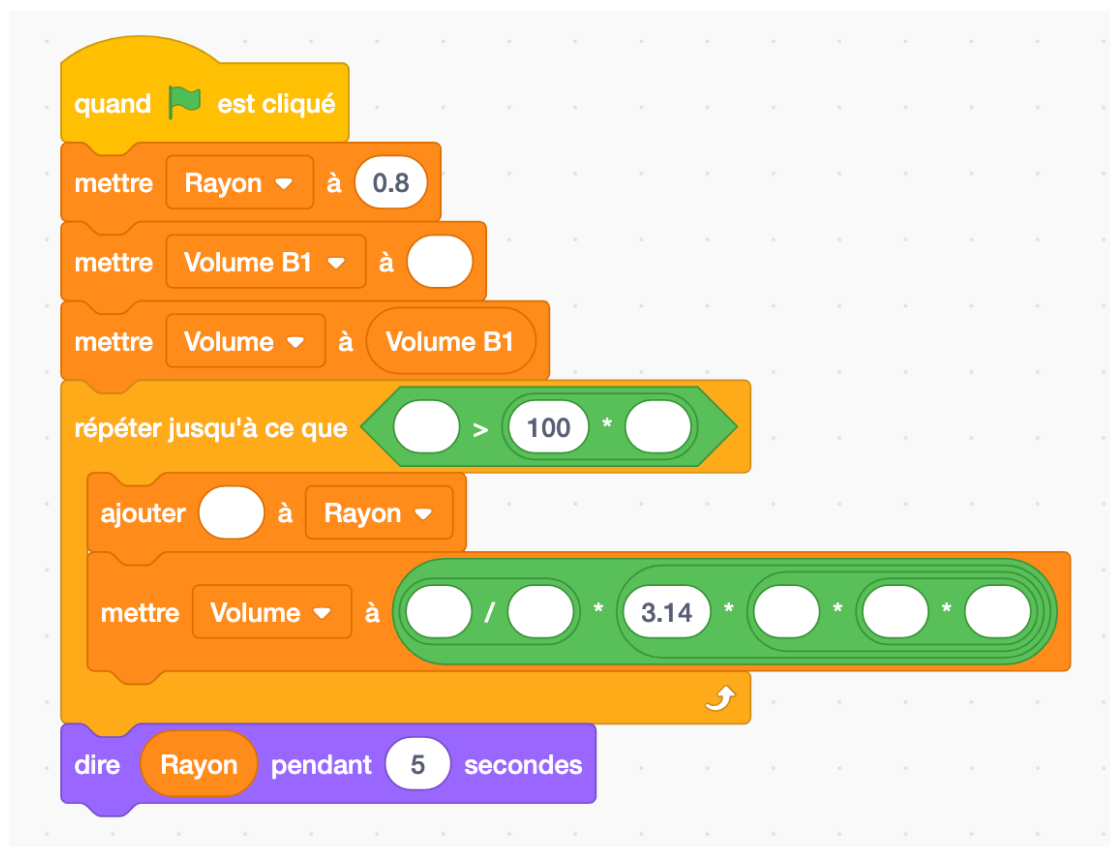
*Dans tout le problème, on nommera différemment les bulles faites par Alaric, bien qu'elles soient toutes réalisées avec le même Malabar. Les bulles à dessiner sur la **Figure 1** pourront être représentées par des cercles.*

1) Justifier que le volume de  $B_1$  est d'environ  $2,15 \text{ cm}^3$ .

2) Alaric souffle dans son Malabar et fait d'abord une bulle  $B_2$  dont le rayon est 3,5 fois plus grand que celui de la bulle  $B_1$ . Le centre de  $B_2$  est appelé  $O_2$ .

a) Calculer la distance  $AO_2$ .

- b) Sur la figure en **Annexe 1**, en respectant l'échelle de la figure, positionner  $O_2$  et dessiner  $B_2$ .
- c) Par quel facteur le volume de la bulle  $B_1$  a-t-il été multiplié en devenant  $B_2$  ? (arrondir au centième près).
- 3) a) Avant d'agrandir davantage sa bulle, Alaric la réduit à une taille intermédiaire, vers une bulle  $B_3$  dont le rayon est seulement 2 fois plus grand que celui de  $B_1$ . Quel est le rapport de l'homothétie que Alaric a appliqué de sa bouche pour réduire sa bulle de  $B_2$  vers  $B_3$  ? (arrondir au centième près).
- b) Que peut-on dire de la position de  $O_3$ , le centre de  $B_3$ , par rapport à  $A$  ? Justifier la réponse.
- c) Sur la figure en **Annexe 1**, en respectant l'échelle de la figure, positionner  $O_3$  et dessiner  $B_3$ .
- 4) Alaric souffle un énorme coup et souffle tellement que sa bulle éclate ! Il estime alors qu'au moment où la bulle a éclaté, le volume de la boule était multiplié par 100 par rapport au volume de  $B_1$ . Alaric cherche alors à connaître le rayon de la boule au moment où elle a éclaté.
- a) Remplir le programme Scratch ci-dessous afin qu'il donne une réponse à la question d'Alaric, au centième près (*Indication : le programme va tester des valeurs de rayon en partant du rayon de  $B_1$ , en augmentant de manière progressive, par pas de centième de centimètre, le rayon de la bulle. Le programme affiche alors la première valeur de rayon telle que le volume de la bulle dépasse la limite indiquée dans l'énoncé*).



- b) Retrouver, en tâtonnant, la valeur qu'affiche le programme Scratch rempli à la question 4.a) (*Note : ceux qui sont familiers avec la notion de « racine cubique » pourront l'utiliser*).

## Annexe 1

*Attention, la figure n'est pas à l'échelle réelle !*

